



## L'analyse asymptotique topologique et ses applications

Mohamed Masmoudi

Laboratoire MIP, Toulouse

On donne un aperçu des méthodes d'optimisation topologique et on montre qu'elles définissent le domaine inconnu implicitement par les points où une certaine fonction (courbe de niveau) est positive :

- la densité de matériaux (à une constante additive près) en optimisation topologique par la méthode d'homogénéisation (N. Kikuchi, M. Bendsoe, G. Allaire, ...)
- la fonction courbes de niveaux de la « level set method » (Osher, Santosa, Sethian, Allaire, ...)
- le gradient topologique fourni par l'analyse asymptotique topologique.

Cette dernière méthode a, en plus, une propriété fondamentale : à la convergence, la positivité du gradient topologique (la fonction courbe de niveaux) est une condition nécessaire et même suffisante d'optimalité.

D'une manière plus précise, l'optimisation topologique est un problème d'optimisation en 0-1. Déterminer le domaine optimal revient à déterminer sa fonction caractéristique. A première vue, il s'agit d'un problème d'optimisation non différentiable. Mais en utilisant les méthodes de calcul des variations, on montre que l'on peut calculer la variation d'une fonctionnelle en passant de 0 à 1 ou de 1 à 0 dans une petite région. Il s'agit de l'analyse asymptotique topologique.

Nous présentons les idées de base de l'analyse asymptotique topologique et les algorithmes associés. Dans cet exposé, on présentera quelques applications en imagerie, en traitement d'images et en optimisation de forme.





## The Topological Asymptotic Analysis and its Applications

Mohamed Masmoudi

Laboratoire MIP, Toulouse, France

We first give an overview on topological optimization methods and we point out that the unknown domain is defined implicitly by the mean of a level set function:

- in the homogenization method, the level set function is the material density up to an additive constant (N. Kikuchi, M. Bendsoe, G. Allaire, ...)
- in the level set method a built in level set function is used (Osher, Santosa, Sethian, Allaire, ...)
- in the topological asymptotic expansion method, the level set function is the topological gradient.

The last method has a fundamental property : at convergence, the positivity of the topological gradient (the level set function) is a necessary and even a sufficient optimality condition.

To be more precise, topological optimization is a 0-1 optimization problem. To find the optimal domain is equivalent to find its characteristic function. At first sight, this is a non differentiable optimization problem. But using calculus of variations methods, it is possible to calculate the variation of a cost function if we switch the characteristic function from 0 to 1 or from 1 to 0 in a small area. This variation at each point of the domain is called the topological gradient.

We will present the basic idea of the topological asymptotic expansion approach and the related algorithms. Some applications to imaging, image processing and shape optimization will be presented.

