



Revue des préconditionnements pour les méthodes de Krylov

Gérard Meurant

CEA, France

Cette présentation est consacrée aux préconditionnements utilisés avec des méthodes itératives de Krylov pour résoudre des systèmes linéaires creux de grande dimension. Ces préconditionnements sont destinés à améliorer les propriétés de la matrice du système pour augmenter la vitesse de convergence. En ce qui concerne la méthode du gradient conjugué pour les systèmes symétriques et définis positifs, on cherche à obtenir une bonne distribution des valeurs propres de la matrice après préconditionnement.

Nous décrivons les préconditionnements classiques : factorisations incomplètes, inverses approchés. Puis, nous mettrons l'accent sur le problème du parallélisme. En effet, pour être efficace sur les calculateurs scientifiques modernes qui possèdent de quelques à plusieurs milliers de processeurs, la construction et l'utilisation des préconditionnements doivent être parallélisables. Nous présenterons donc des méthodes de décomposition de domaines et des méthodes multiniveaux pouvant être utilisées efficacement sur des calculateurs parallèles. De plus, certaines de ces méthodes permettent d'obtenir des nombres d'itérations indépendants de la dimension du problème et des temps de calcul constants lorsque l'on augmente proportionnellement la dimension du problème et le nombre de processeurs. Tout ceci sera illustré par des exemples.

The aim of this lecture is to present some preconditioners used with iterative Krylov methods for solving large sparse linear systems. The role of preconditioners is to improve the properties of the matrix of the linear system to speed up convergence. For the conjugate gradient method which is the state of the art algorithm for positive definite symmetric systems, the goal is to obtain a good distribution of eigenvalues of the preconditioned matrix.

We shall describe classical preconditioners as incomplete factorizations and approximate inverses. Then, we shall focus on the problem of parallelism. To be efficient on modern scientific computers which have a few to several thousand of processors, preconditioners must be parallel, both when they are constructed and then, used. We shall present domain decomposition and multilevel methods that can be used efficiently on parallel computers. Moreover, some of these methods allow to have a number of iterations independent of the problem size as well as constant execution times when the number of processors is increased proportionally to the problem size. We shall also show numerical experiments.

