

A propos d'algorithmes robustes pour la résolution de problèmes inverses

Mohamed JAOUA^{1,2}

Les problèmes inverses d'identification de défauts ou de paramètres sont bien connus pour être mal posés au sens d'Hadamard : leurs solutions, lorsqu'elles existent, ne dépendent pas de manière continue des données, de sorte qu'une petite erreur sur ces dernières peut induire des erreurs importantes sur les solutions calculées. Plus encore, les erreurs de mesure sur les données font généralement quitter le champ des données « admissibles » pour lesquelles le problème inverse admet une solution.

Lorsqu'il s'agit de retrouver une géométrie ou un paramètre à partir de mesures, cette caractéristique nécessite un traitement particulier des instabilités, par des techniques dites de régularisation qui consistent à perturber légèrement le problème de manière à lui faire retrouver des propriétés de continuité par rapport aux données.

Nous présenterons dans cet exposé deux alternatives à ces techniques :

- La première est basée sur une fonctionnelle d'écart « énergétique » entre les données mesurées et celles que génère le calcul. Le problème d'optimisation qui en découle continue à avoir des solutions lorsque le problème inverse cesse d'avoir un sens du fait de des perturbations des données dues aux bruits de mesures. Le caractère auto-régularisant de ce type de fonctionnelle a souvent été observé. Nous prouvons ici des résultats de convergence de ces solutions du problème perturbé vers celle du problème inverse original. En utilisant des estimations sur les approximations B-splines cubiques, nous en déduisons un résultat de robustesse corroboré par les résultats numériques.
- La seconde méthode s'appuie sur des méthodes d'approximation analytique, qu'il convient de stabiliser en imposant une borne aux extensions calculées. Toutefois, cette borne doit être convenablement choisie de manière à fournir une approximation précise. Nous présenterons une famille d'algorithmes calculant en même temps la « bonne » borne et l'approximant qui lui est associé, grâce à une technique de validation croisée. Là encore, nous prouvons des résultats de robustesse, c'est à dire de continuité des solutions calculées par rapport aux mesures effectuées.

Les validations et performances numériques des algorithmes ci-dessus seront présentées, et des problématiques générales en seront tirées.

¹ Université de Nice Sophia Antipolis, Laboratoire J.-A. Dieudonné, 06108 Nice cedex 2, France

² Conférence basée sur des travaux communs avec S. Chaabane, C. Elhechmi et M. Mahjoub (ENIT-LAMSIN), J. Leblond (INRIA) et J. Partington (U. Leeds)