

ARIMA

Quelques résultats sur l'observation du modèle AM2b

B. Benyahia ^{ac*} — B. Cherki ^a — J. Harmand ^{bc} — T. Sari ^{cd}

^a Laboratoire d'Automatique de Tlemcen, Université de Tlemcen,
BP: 119, Tlemcen, Algérie
benyahia@supagro.inra.fr, b.cherki@gmail.com

^b Laboratoire de Biotechnologie de l'Environnement, INRA,
Avenue des Etangs, Narbonne, France
harmand@supagro.inra.fr

^c Projet Modemic, Inra/Inria, UMR Mistea,
2 place Viala 34060, Montpellier, France

^d Irstea, UMR Itap,
361 rue Jean-François Breton, 34196 Montpellier, France
Tewfik.Sari@supagro.inra.fr

* Corresponding author.



RÉSUMÉ. Dans ce travail nous analysons en premier lieu les équilibres du modèle AM2b développé dans [2]. Nous tentons par la suite d'appliquer quelques observateurs classiques de la littérature à savoir l'observateur asymptotique et l'estimateur basé sur un observateur [1]. Nous montrons par simulation que la persistance de l'excitation est une condition primordiale dans l'estimation d'état.

ABSTRACT. Part of this paper deals with the analysis of the AM2b model equilibria developed in [2]. Classical observers as the asymptotic observer and the observer-based estimator [1] are applied to this model. We show that the persistence of excitation is an essential condition to the state estimation.

MOTS-CLÉS : BioRéacteurs Membranaires Anaérobies, Modélisation des bioprocédés, SMP, Équilibres, Observateurs d'état, Persistance, Colmatage.

KEYWORDS : Anaerobic Membrane BioReactors, Bioprocesses modeling, SMP, Equilibria, State observers, Persistence, Fouling.



1. Introduction

Un contrôle efficace d'un système réel est basé sur un bon suivi en ligne à l'aide des capteurs physiques, mesurant les différentes variables. Mais il est clair qu'on ne peut pas utiliser un grand nombre de capteurs physiques pour caractériser précisément le comportement du système, car i) la technologie ne le permet pas encore ou, ii) ils sont malheureusement trop coûteux. Dans les bioprocédés, souvent les biomasses ne sont pas accessibles en ligne. Aussi, les cinétiques biologiques sont incertaines ou inconnues. Une alternative pour pallier ces limitations est l'estimation de ces différentes variables par l'intermédiaire des observateurs d'état ou capteurs logiciels (terme proposé dans [1]). Il s'agit d'utiliser le modèle du procédé pour reconstruire asymptotiquement les états inaccessibles sur la base des entrées et des sorties mesurées.

Le but de ce papier est d'analyser les équilibres du modèle AM2b développé dans [2] et de lui appliquer quelques observateurs classiques pour les bioprocédés [1] afin d'estimer certaines variables inconnues. Des résultats de simulation sont présentés et discutés.

2. Le modèle AM2b

Le modèle AM2b proposé dans [2] est donné par les équations (1-5) :

$$\dot{S}_1 = D(S_{1in} - S_1) - k_1\mu_1(S_1)X_1, \quad [1]$$

$$\dot{X}_1 = [\mu_1(S_1) + \mu(S) - D_0 - D_1]X_1, \quad [2]$$

$$\dot{S}_2 = D(S_{2in} - S_2) - k_3\mu_2(S_2)X_2 + [k_2\mu_1(S_1) + b_2\mu(S)]X_1, \quad [3]$$

$$\dot{X}_2 = [\mu_2(S_2) - D_0 - D_1]X_2, \quad [4]$$

$$\dot{S} = [b_3\mu_1(S_1) + D_0 - b_1\mu(S)]X_1 + [b_4\mu_2(S_2) + D_0]X_2 - BS, \quad [5]$$

avec : $B = \beta D + (1 - \beta)D_1$.

Le modèle décrit la dynamique d'un traitement biologique anaérobie des eaux usées, où le substrat S_1 est dégradé par un écosystème bactérien X_1 pour produire les substrats S_2 et S . Le substrat S_2 est transformé par un consortium de bactéries X_2 en S . Ce dernier est aussi produit par la mortalité de X_1 et de X_2 et sera dégradé par X_1 pour produire S_2 .

Les paramètres k_i et b_i sont les coefficients pseudo-stœchiométriques, D est le taux de dilution, D_0 et D_1 sont respectivement le taux de mortalité et le taux de soutirage de la biomasse, S_{1in} et S_{2in} sont respectivement les concentrations en entrée de S_1 et S_2 . Notons que S_1 , S_2 et βS ($0 \leq \beta \leq 1$) traversent la membrane sans rétention, tandis que X_1 , X_2 et $(1 - \beta)S$ sont retenus.

$\mu_1(S_1)$, $\mu_2(S_2)$ et $\mu(S)$ sont des fonctions non linéaires satisfaisant les propriétés montrées par la Figure 1. Pour nos simulations, prenons comme exemple μ_1 et μ des fonctions Monod et μ_2 une fonction Haldane :

$$\mu_1(S_1) := \frac{m_1 S_1}{K_1 + S_1}, \quad \mu_2(S_2) := \frac{m_2 S_2}{K_2 + S_2 + \frac{S_2^2}{K_I}}, \quad \mu(S) := \frac{mS}{K + S},$$

et utilisons les valeurs des paramètres biologiques présentées par le Tableau 1.

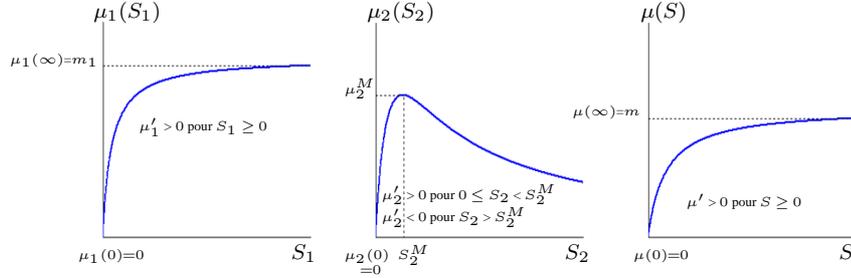


Figure 1. Les fonctions non linéaires $\mu_1(S_1)$, $\mu_2(S_2)$ et $\mu(S)$.

Tableau 1. Valeurs des paramètres biologiques du modèle AM2b

Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs
m_1	1.2	β	0.6	b_2	0.6
K_1	10	k_1	25	b_3	7
m_2	1.5	k_2	15	b_4	5
K_2	0.3	k_3	16.08	m	0.14
K_I	0.9	b_1	5	K	3
D	1	D_0	0.25	D_1	0.25
S_{1in}	10	S_{2in}	0.6		

3. Équilibres du modèle AM2b

Les équilibres du système AM2b s'obtiennent lorsque les dérivées (1-5) s'annulent. Nous introduisons par la suite les fonctions suivantes :

$$S_1 = F(S) := \mu_1^{-1}(D_0 + D_1 - \mu(S)), \quad [6]$$

$$S = G(S_1) := (S_{1in} - S_1) \left(B_1 + \frac{B_2}{\mu_1(S_1)} \right), \quad [7]$$

$$S = H_i(S_1) := C_1 + (S_{1in} - S_1) \left(C_2 + \frac{C_3}{\mu_1(S_1)} \right), \quad [8]$$

où B_i et C_i sont des constantes dépendant des paramètres du système (voir le détails dans [2]). Pour calculer les équilibres, trois cas doivent être considérés par les lemmes suivants.

Lemme 3.1 : Lessivage de X_1

Les équilibres $(S_1^*, X_1^*, S_2^*, X_2^*, S^*)$ du système (1-5) pour lesquels $X_1^* = 0$ sont donnés par :

- l'équilibre de lessivage de X_1 et X_2 , $E_0^0 = (S_{1in}, 0, S_{2in}, 0, 0)$, qui existe toujours,
- les équilibres de lessivage de X_1 mais pas de X_2 , $E_0^i = (S_{1in}, 0, \lambda_2^i, X_2^{i*}, S^{i*})$, $i = 1$ ou 2 , où λ_2^i sont les solutions de l'équation $\mu_2(S_2^*) = D_0 + D_1$ et X_2^{i*} et S^{i*} sont donnés par les formules :

$$X_2^{i*} = \frac{D(S_{2in} - \lambda_2^i)}{k_3(D_0 + D_1)}, \quad S^{i*} = \frac{b_4 + \frac{D_0}{D_0 + D_1}}{[\beta + (1 - \beta)\frac{D_1}{D}]k_3} (S_{2in} - \lambda_2^i), \quad i = 1, 2,$$

qui existent si et seulement si $S_{2in} > \lambda_2^i$.

Lemme 3.2 : *Présence de X_1 et lessivage de X_2*

Soit $(S_1^*, X_1^*, S_2^*, X_2^*, S^*)$ un équilibre du système (1-5). Si $X_1 > 0$ et $X_2^* = 0$ alors on a $0 < S_1 < S_{1in}$, $S_2 > 0$ et $S > 0$. De plus S_1^* et S^* sont solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} S_1 = F(S), \\ S = G(S_1). \end{cases} \quad [9]$$

X_1^* et S_2^* sont donnés par les formules :

$$X_1^* = D \frac{S_{1in} - S_1^*}{k_1 \mu_1(S_1^*)}, \quad S_2^* = S_{2in} + [k_2 \mu_1(S_1^*) + b_2 \mu(S^*)] \frac{S_{1in} - S_1^*}{k_1 \mu_1(S_1^*)}.$$

Lemme 3.3 : *Présence de X_1 et X_2*

Soit $(S_1^*, X_1^*, S_2^*, X_2^*, S^*)$ un équilibre du système (1-5). Si $X_1 > 0$ et $X_2 > 0$ alors on a $0 < S_1 < S_{1in}$, $S_2^* = \lambda_2^i$, $i = 1, 2$ et $S > 0$. Autrement dit, S_2^* est une solution de l'équation $\mu_2(S_2^*) = D_0 + D_1$. De plus S_1^* et S^* sont solutions du système d'équations :

$$\begin{cases} S_1 = F(S), \\ S = H_i(S_1), i=1, 2. \end{cases} \quad [10]$$

X_1^* et X_2^{i*} sont donnés par les formules :

$$X_1^* = D \frac{S_{1in} - S_1^*}{k_1 \mu_1(S_1^*)}, \quad X_2^{i*} = D \frac{[S_{1in} - S_1^*][k_2 \mu_1(S_1^*) + b_2 \mu(S^*)] + (S_{2in} - \lambda_2^i) k_1 \mu_1(S_1^*)}{k_1 k_3 (D_0 + D_1) \mu_1(S_1^*)},$$

avec la condition suivante :

$$\lambda_2^i < S_{2in} + (k_2 \mu_1(S_1^*) + b_2 \mu(S^*)) \frac{S_{1in} - S_1^*}{k_1 \mu_1(S_1^*)}. \quad [11]$$

Pour plus de détails sur le calcul des équilibres, le lecteur pourra se référer à [2] et [3].

4. Observateurs pour le modèle AM2b

Les techniques qui permettent de développer un observateur pour les bioprocédés sont nombreuses. Le choix de la méthode est intimement lié à la qualité et aux incertitudes du modèle et des données [1], [4]. Quand les cinétiques biologiques sont mal connues, on utilise des observateurs asymptotiques et en présence des incertitudes du modèle, on utilise des observateurs par intervalle. Si le modèle est correctement validé, on construit alors des observateurs à grands gains et quand certains paramètres sont inconnus, on utilise des estimateurs basés sur des observateurs.

Nous appliquons par la suite à notre système un observateur asymptotique et un estimateur basé sur un observateur et nous verrons, que ce dernier ne converge pas à cause de la condition "Persistance de l'excitation" qui n'est pas vérifiée. Dans beaucoup d'articles que nous avons revus, les auteurs appliquent l'estimateur basé sur un observateur sans vérifier à priori cette condition.

Réécrivons tous d'abord le système (1-5) sous la forme matricielle proposée dans [1], tel que $\xi = [S_1, X_1, S_2, X_2, S]^T$ est le vecteur d'état.

$$\dot{\xi} = F(\xi)\rho(\xi) - D\xi - Q + D\xi_{in}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 X_1 & 0 & 0 \\ X_1 & 0 & X_1 \\ k_2 X_1 & -k_3 X_2 & b_2 X_1 \\ 0 & X_2 & 0 \\ b_3 X_1 & b_4 X_2 & -b_1 X_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_0 + D_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_0 + D_1 & 0 \\ 0 & -D_0 & 0 & -D_0 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ X_1 \\ S_2 \\ X_2 \\ S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} DS_{1in} \\ 0 \\ DS_{2in} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [12]$$

Nous supposons que S_1 , S_2 et $Q_m = k_6 \mu_2(S_2)X_2$ (débit d'un biogaz produit) sont mesurables, les fonctions μ_1 , μ_2 et μ sont incertaines et les variables X_1 , X_2 et S sont inconnues. Nous proposons alors :

- 1) un observateur asymptotique pour estimer X_1 , X_2 et S .
- 2) un estimateur basé sur un observateur pour estimer μ_1 , μ_2 et μ .

4.1. Observateur asymptotique

Cet observateur a été introduit dans [1]. Son principe consiste à trouver une combinaison linéaire entre les variables d'état mesurées et celles inconnues, en éliminant les fonctions incertaines μ_1 , μ_2 et μ . Proposons alors les combinaisons suivantes où \hat{X}_1 , \hat{X}_2 et \hat{S} sont respectivement les estimées de X_1 , X_2 et S :

$$\begin{aligned} Z_1 &= S_2 - b_2 X_1 + \frac{k_2 - b_2}{k_1} S_1 & \implies \hat{X}_1 &= \frac{1}{b_2} [S_2 - \hat{Z}_1 + \frac{k_2 - b_2}{k_1} S_1] \\ Z_2 &= X_2 & \implies \hat{X}_2 &= \hat{Z}_2 \\ Z_3 &= S_2 + \frac{b_2}{b_1} S + \frac{1}{k_1} (k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1}) S_1 & \implies \hat{S} &= \frac{b_1}{b_2} [\hat{Z}_3 - S_2 - \frac{1}{k_1} (k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1}) S_1] \end{aligned}$$

Les dynamiques \dot{Z}_1 , \dot{Z}_2 et \dot{Z}_3 s'écrivent alors dans la nouvelle base comme suit (avec $\varphi_2 = \mu_2(S_2)X_2 = \frac{Q_m}{k_6}$ et k_6 est une constante biologique) :

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= -(D_0 + D_1)Z_1 - (D - D_0 - D_1)S_2 - \left[\frac{(D - D_0 - D_1)(k_2 - b_2)}{k_1} \right] S_1 + \\ &\quad DS_{2in} + \frac{D}{k_1} (k_2 - b_2) S_{1in} - k_3 \varphi_2 \\ \dot{Z}_2 &= \varphi_2 - (D_0 + D_1)Z_2 \\ \dot{Z}_3 &= \frac{-D_0}{b_1} Z_1 + \frac{D_0 b_2}{b_1} Z_2 - B Z_3 - \left[D - \frac{D_0}{b_1} - B \right] S_2 - \left[k_3 - \frac{b_4 b_2}{b_1} \right] \varphi_2 + DS_{2in} + \\ &\quad \frac{D}{k_1} \left(k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1} \right) S_{1in} + \left[\frac{D_0 (k_2 - b_2)}{b_1 k_1} + \frac{B}{k_1} (k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1}) - \frac{D}{k_1} (k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1}) \right] S_1 \end{aligned} \quad [13]$$

La convergence asymptotique de l'observateur (13) est garantie si $D_0 + D_1$ et B sont régulièrement persistants ([1], [4]), c'est à dire à $\exists c_1 > 0, c_2 > 0, d_1 > 0, d_2 > 0$ tel que $\forall t$ on a :

$$0 < c_1 \leq \int_t^{t+c_2} (D_0(\tau) + D_1(\tau)) d\tau, \quad 0 < d_1 \leq \int_t^{t+d_2} B(\tau) d\tau.$$

Nous présentons sur la Figure 2 les résultats de simulations obtenus par cet observateur. Nous remarquons que les erreurs d'estimation $e_1 = X_1 - \hat{X}_1$, $e_2 = X_2 - \hat{X}_2$ et $e_3 = S - \hat{S}$ sont nulles en régime permanent. L'observateur asymptotique est donc robuste vis à vis des incertitudes du modèle (les fonctions incertaines μ_1 , μ_2 et μ).

4.2. Estimateur basé sur un observateur

L'idée d'un estimateur basé sur un observateur est d'utiliser les variables mesurées ou observées pour estimer des cinétiques ou des paramètres inconnus du modèle [1]. Les dynamiques de ces derniers sont supposées lentes et peuvent être assimilées à zéro.

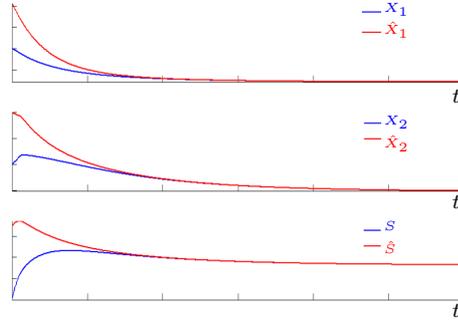


Figure 2. Les variables X_1 , X_2 et S estimées par l'observateur asymptotique (13).

Soit le modèle général suivant, où $\rho(\xi)$ représente le vecteur des paramètres à estimer :

$$\begin{cases} \dot{\xi} &= F(\xi)\rho(\xi) - D\xi - Q + D\xi_{in}, \\ \dot{\rho}(\xi) &= 0. \end{cases} \quad [14]$$

L'algorithme de l'estimateur basé sur un observateur s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}} &= F(\xi)\hat{\rho}(\xi) - D\xi - Q + D\xi_{in} - \Omega(t)(\xi - \hat{\xi}), \\ \dot{\hat{\rho}} &= [F(\xi)]^T \Gamma(t)(\xi - \hat{\xi}), \end{cases} \quad [15]$$

avec Ω et Γ sont les matrices des gains de l'estimateur. Elles peuvent être choisies diagonales : $\Omega = \text{diag}\{\omega_i\}$ avec $\omega_i \in \mathbb{R}^-$ et $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_j\}$ avec $\gamma_j \in \mathbb{R}^+$ ([1], [6]).

Soient ($e_1 = \xi - \hat{\xi}$) et ($e_2 = \rho - \hat{\rho}$) les erreurs de l'estimation, nous avons alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega(t) & F(\xi) \\ -[F(\xi)]^T \Gamma(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad [16]$$

Le système (16) converge exponentiellement vers son équilibre stable ($e_1 = 0, e_2 = 0$) si :

– La matrice $F(\xi)$ est régulièrement persistante, i.e $\exists c_1 > 0, c_2 > 0$ telle que :

$$c_1 I \leq \int_t^{t+c_2} F(\xi(\tau)) F^T(\xi(\tau)) d\tau \quad [17]$$

La persistance garantit qu'on dispose de suffisamment de données et que l'expérience est riche en information.

– La matrice $\Omega(t)$ est stable.

– La matrice $\Gamma(t)$ est symétrique définie positive.

Pour plus de détail sur cet estimateur, nous conseillons le lecteur de se référer à [1]. Notons que le réglage de l'estimateur peut être délicat car les dynamiques des composants de $\hat{\rho}$ sont couplées et peuvent dépendre de plus d'une variable d'état de ξ . Afin de surmonter ce problème, une technique de découplage a été proposée dans [6].

Appliquons l'estimateur basé sur un observateur (15) au modèle (12), telles que (S_1, S_2) sont mesurées et (X_1, X_2) sont supposées estimées par l'observateur asymptotique (13). Nous avons ainsi :

$$\begin{cases} \dot{\hat{S}}_1 = D(S_{1in} - S_1) - k_1 X_1 \hat{\mu}_1(S_1) - \omega_1(S_1 - \hat{S}_1) \\ \dot{\hat{S}}_2 = D(S_{2in} - S_2) - k_3 X_2 \hat{\mu}_2(S_2) + k_2 X_1 \hat{\mu}_1(S_1) + b_2 X_1 \hat{\mu}(S) - \omega_2(S_2 - \hat{S}_2) \\ \dot{\hat{X}}_2 = X_2 \hat{\mu}_2(S_2) - (D_0 + D_1)X_2 - \omega_3(X_2 - \hat{X}_2) \\ \dot{\hat{\mu}}_1 = -k_1 X_1 \gamma_1(S_1 - \hat{S}_1) + k_2 X_1 \gamma_2(S_2 - \hat{S}_2) \\ \dot{\hat{\mu}}_2 = -k_3 X_2 \gamma_2(S_2 - \hat{S}_2) + X_2 \gamma_3(X_2 - \hat{X}_2) \\ \dot{\hat{\mu}} = b_2 X_1 \gamma_2(S_2 - \hat{S}_2) \end{cases} \quad [18]$$

Les résultats de simulation obtenus pour des gains $\omega_i < 0$ et $\gamma_i > 0$ sont montrés par la Figure 3 (avec ce choix, $\Omega(t)$ est stable et $\Gamma(t)$ est symétrique définie positive).

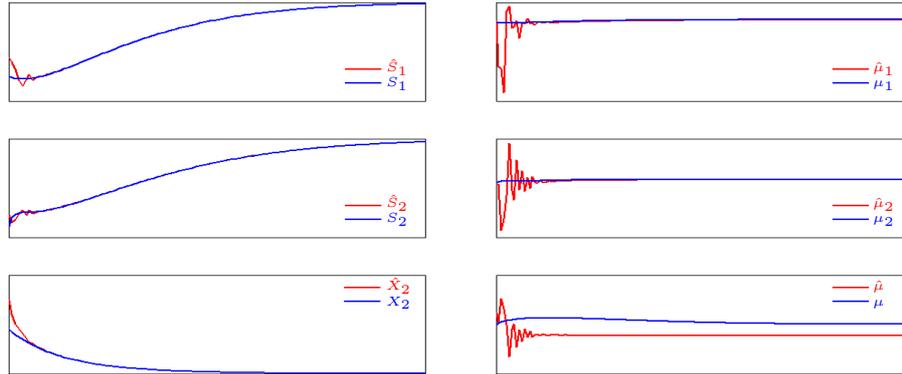


Figure 3. Les variables estimées par l'estimateur basé sur un observateur (18).

Nous remarquons que malheureusement, l'estimateur basé sur un observateur (18) ne converge pas pour la variable $\mu(S)$. Ceci est dû à la non persistance de la matrice $F(\xi)$, c'est à dire la condition (17) n'est pas vérifiée. Autrement dit, nous ne disposons pas de suffisamment de données et l'expérience (ici faite par simulation) n'est pas riche en information. Pour pallier ce problème, il faut exciter plus le système par des entrées régulièrement persistantes. Pour vérifier ceci, nous proposons ainsi d'appliquer un $D(t)$ variable dans le temps (voir Figure 4), ce qui est souvent le cas d'un point de vue pratique et nous refaisons l'expérience, dont les résultats de simulation sont montrés par la Figure 5.

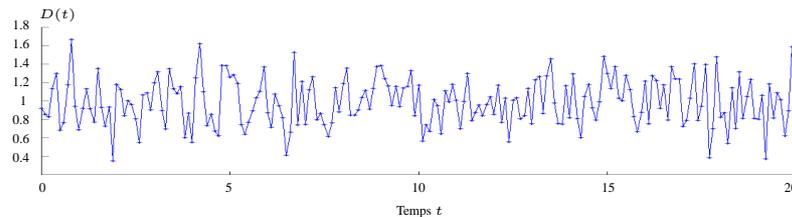


Figure 4. La forme de l'entrée $D(t)$ variable dans le temps.

Remarquons que cette fois-ci, les résultats obtenus sont meilleurs que ceux obtenus avec une entrée D constante et que les erreurs d'estimation convergent vers 0 en régime permanent. Notons donc, que les mesures obtenues d'un système sous-excité ne garantissent pas la convergence de l'estimateur basé sur un observateur.

5. Conclusion

Dans cet article nous avons présenté le modèle AM2b développé dans [2] et ses équilibres. Le problème de calcul des équilibres est transformé en problème de résolution des systèmes d'équations (9) et (10). Dans [2] nous montrons une méthode graphique de détermination des équilibres. Nous avons appliqué par la suite un observateur asymptotique [1] pour estimer les variables d'état inaccessibles en dépit des incertitudes du modèle. La

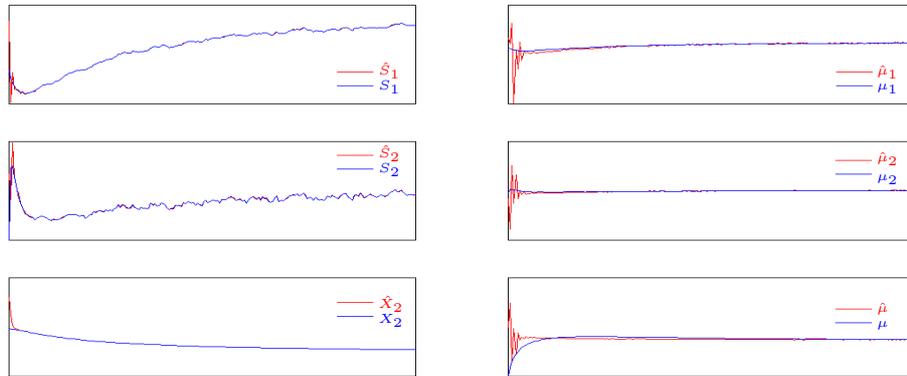


Figure 5. Les variables estimées par l'estimateur basé observateur (18) avec $D(t)$ variable dans le temps.

robustesse de cet observateur a été montrée par simulation. Un estimateur basé sur un observateur [1] a été aussi testé sur le système. Malheureusement sa convergence n'a pas eu lieu à cause du problème de la non persistance de l'excitation. Nous avons ainsi proposé d'appliquer au système une entrée (le taux de dilution) plus persistante afin de l'exciter plus et rendre donc les mesures plus riches en information.

Remerciements : Les auteurs remercient les projets TREASURE Euromed 3+3, COADVISE (projet FP7-PEOPLE-IRSES-2008 No. 230833) et AiresSud (projet 7015) qui ont financé ce travail.

6. Bibliographie

- [1] G. BASTIN, D. DOCHAIN, « On-line estimation and adaptive control of bioreactors », *Elsevier*, 1990.
- [2] B. BENYAHIA, T. SARI, J. HARMAND, B. CHERKI, « Modeling of the Soluble Microbial Products (SMP) in Anaerobic Membrane BioReactors (AMBR) : Equilibria and stability of the AM2b model », *IFAC'11, August 28 - September 2, 2011, Milano, Italy*.
- [3] B. BENYAHIA, T. SARI, B. CHERKI, J. HARMAND, « Modélisation mathématique d'un réacteur membranaire anaérobie », *TAMTAM'11, 23 -26 Avril, 2011, Sousse, Tunisie*.
- [4] D. DOCHAIN, COLLECTIF, « Automatique des bioprocédés », *Hermès*, 2001.
- [5] G. BESANÇON, « Nonlinear observers and applications », *Springer*, 2007.
- [6] M. PERRIER, S.F DE AZEVEDO, E. C. FERREIRA, D. DOCHAIN, « Tuning of observer-based estimators : theory and application to the on-line estimation of kinetic parameters », *Control Engineering Practice*, n° 8 : 377–388, 2000.
- [7] O. BERNARD, Z. HADJ-SADOCK, D. DOCHAIN, A. GENOVESI, J.P. STEYER, « Dynamical Model Development and Parameter Identification for an Anaerobic Wastewater Treatment Process », *Biotechnology and Bioengineering*, n° 75 : 424–438, 2001.
- [8] P. LE-CLECH, V. CHEN, T.A.G. FANE, « Fouling in membrane bioreactors used in wastewater treatment », *Journal of Membrane Science*, n° 284 : 17–53, 2006.
- [9] F. MENG, S.R. CHAEB, A. DREWS, M. KRAUMEC, H.S. SHIND, F. YANGA, « Recent advances in membrane bioreactors (MBRs) : Membrane fouling and membrane material », *water research*, n° 43 : 1489-1512, 2009.